

Notas de Electrostatica: Ley de Coulomb

1. Introducción

La electrostática estudia las interacciones entre cargas eléctricas en reposo. La ley de Coulomb describe la interacción fundamental entre cargas puntuales y constituye la base para la definición del campo eléctrico.

2. Ley de Coulomb

2.1. Forma escalar

La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales q_1 y q_2 separadas una distancia r está dada por

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \quad (1)$$

donde

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

3. Campo eléctrico y forma vectorial

El campo eléctrico se define como la fuerza eléctrica por unidad de carga de prueba. Para una carga puntual q situada en la posición $\vec{r}_q$, el campo eléctrico en un punto del espacio $\vec{r}$ está dado por

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = k q \frac{\vec{r} - \vec{r}_q}{|\vec{r} - \vec{r}_q|^3}} \quad (2)$$

Esta expresión contiene simultáneamente la información sobre magnitud, dirección y sentido físico del campo eléctrico.

4. Carga puntual en el origen

Si la carga puntual se encuentra en el origen,

$$\vec{r}_q = \vec{0},$$

la expresión del campo eléctrico se simplifica a

$$\vec{E}(\vec{r}) = k q \frac{\vec{r}}{r^3}. \quad (3)$$

4.1. Interpretación geométrica

El campo eléctrico es radial y colineal con el vector posición $\vec{r}$.

4.2. Código en Python

El siguiente código representa gráficamente la dirección del campo eléctrico en un punto del plano para una carga situada en el origen.

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2
3 x, y = 3, 4
4
5 plt.arrow(0, 0, x, y,
6           head_width=0.2,
7           head_length=0.3,
8           length_includes_head=True)
9
10 plt.scatter(x, y)
11
12 plt.plot([-5, 5], [0, 0])
13 plt.plot([0, 0], [-5, 5])
14
15 plt.xlim(-5, 5)
16 plt.ylim(-5, 5)
17 plt.grid()
18 plt.gca().set_aspect('equal', adjustable='box')
19
20 plt.title("Campo electrico de una carga puntual en el origen")
21 plt.savefig("campo_carga_origen.png", dpi=300)
22 plt.close()
```

4.3. Resultado gráfico

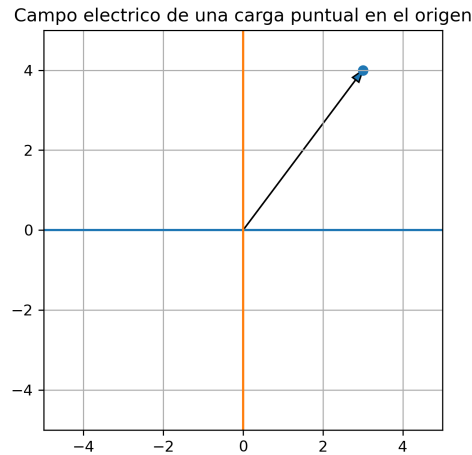


Figura 1: Campo eléctrico generado por una carga puntual situada en el origen. El campo es colineal con el vector posición del punto de observación.

5. Carga puntual fuera del origen

Consideremos ahora una carga puntual situada en una posición arbitraria

$$\vec{r}_q = (x_q, y_q).$$

El campo eléctrico está dado por

$$\vec{E}(\vec{r}) = k q \frac{\vec{r} - \vec{r}_q}{|\vec{r} - \vec{r}_q|^3}. \quad (4)$$

5.1. Interpretación geométrica

El campo eléctrico apunta en la dirección del vector desplazamiento $\vec{r} - \vec{r}_q$.

5.2. Código en Python

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2
3 xq, yq = -1, 1
4 x, y = 3, 4
5
6 dx = x - xq
7 dy = y - yq
8
```

```

9 plt.arrow(xq, yq, dx, dy,
10           head_width=0.2,
11           head_length=0.3,
12           length_includes_head=True)
13
14 plt.scatter(x, y, label="Punto de observacion")
15 plt.scatter(xq, yq, s=60, label="Carga q")
16
17 plt.plot([-5, 5], [0, 0])
18 plt.plot([0, 0], [-5, 5])
19
20 plt.xlim(-5, 5)
21 plt.ylim(-5, 5)
22 plt.grid()
23 plt.gca().set_aspect('equal', adjustable='box')
24 plt.legend()
25
26 plt.title("Campo electrico de una carga puntual fuera del origen")
27 plt.savefig("campo_carga_fuera_origen.png", dpi=300)
28 plt.close()

```

5.3. Resultado gráfico

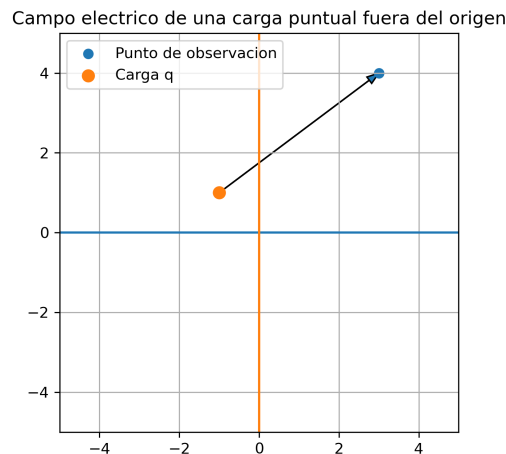


Figura 2: Campo eléctrico generado por una carga puntual situada fuera del origen. El campo apunta en la dirección del vector $\vec{r} - \vec{r}_q$.

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # -----

```

```

5 # Constantes
6 # -----
7 k = 8.99e9
8 q = 1.0
9
10 # -----
11 # Geometria: cargas
12 # -----
13 cargas = np.array([
14     [ 0.5,  0.5],
15     [-0.5,  0.5],
16     [-0.5, -0.5],
17     [ 0.5, -0.5]
18 ])
19
20 # -----
21 # Punto de observacion
22 # -----
23 x_obs, y_obs = 0.0, 2.0
24 r_obs = np.array([x_obs, y_obs])
25
26 # -----
27 # Campo electrico total
28 # -----
29 E_total = np.array([0.0, 0.0])
30
31 for r_q in cargas:
32     r = r_obs - r_q
33     r_norm = np.linalg.norm(r)
34     E_total += k * q * r / r_norm**3
35
36 # Normalizar el campo
37 E_mag = np.linalg.norm(E_total)
38 E_hat = E_total / E_mag
39
40 print("Campo electrico total (N/C):", E_total)
41 print("Direccion normalizada:", E_hat)
42
43 # -----
44 # Grafica
45 # -----
46 plt.figure(figsize=(6,6))
47
48 # Cargas
49 plt.scatter(cargas[:,0], cargas[:,1],
50             color='red', s=120, label='Cargas +q')
51
52 # Punto de observacion

```

```

53 plt.scatter(x_obs, y_obs,
54             color='blue', s=80, label='Punto de observacion')
55
56 # Vector campo electrico con quiver (UNA SOLA FLECHA)
57 plt.quiver(
58     x_obs, y_obs,
59     E_hat[0], E_hat[1],
60     angles='xy',
61     scale_units='xy',
62     scale=1,
63     color='green',
64     width=0.015,
65     label='Direccion del campo'
66 )
67
68 # Cuadrado
69 square_x = [0.5, -0.5, -0.5, 0.5, 0.5]
70 square_y = [0.5, 0.5, -0.5, -0.5, 0.5]
71 plt.plot(square_x, square_y, linestyle='--', color='gray')
72
73 # Ejes
74 plt.plot([-2.5, 2.5], [0, 0], color='black')
75 plt.plot([0, 0], [-1.5, 2.5], color='black')
76
77 plt.xlim(-2.5, 2.5)
78 plt.ylim(-2.5, 4.5)
79
80 plt.grid()
81 plt.legend()
82 plt.title("Direccion del campo electrico en el punto (0,2)")
83 plt.savefig("4cargas.png", dpi=300)
84 plt.close()
85 plt.show()

```

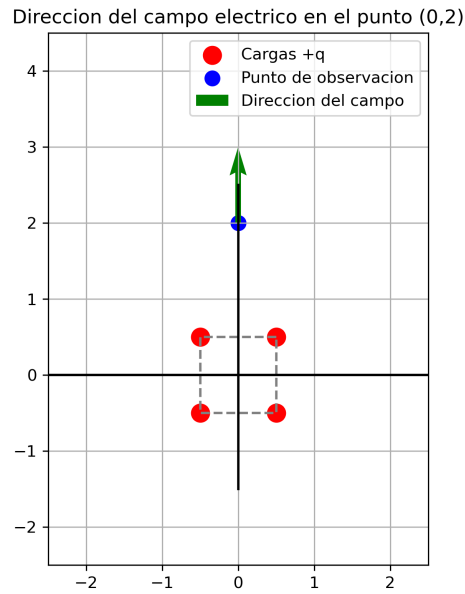


Figura 3: Campo eléctrico generado por una carga puntual situada en el origen. El campo es colineal con el vector posición del punto de observación.

6. Comentarios finales

La formulación vectorial de la ley de Coulomb, combinada con herramientas computacionales, permite visualizar la geometría del campo eléctrico y extender el análisis a configuraciones más generales.