

Visualización Avanzada del Método de Cargas Imagen

1 Introducción

Consideramos una carga puntual q ubicada en $(0, a)$ frente a un plano conductor infinito conectado a tierra:

$$\phi(x, 0) = 0$$

El método de cargas imagen establece que el problema es equivalente a:

- Carga real: $+q$ en $(0, a)$
- Carga imagen: $-q$ en $(0, -a)$

El potencial es:

$$\phi = \frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}$$

$$r_1 = \sqrt{x^2 + (y - a)^2}, \quad r_2 = \sqrt{x^2 + (y + a)^2}$$

2 Campo Eléctrico

$$\vec{E} = -\nabla\phi$$

Las líneas de campo satisfacen:

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \vec{E}$$

Lo cual motiva el uso de `streamplot` en Python.

3 Visualización Tipo Portada

La mejora estética incluye:

- Fondo oscuro.
- Colormap perceptualmente uniforme.

- Líneas de campo suaves.
- Codificación por magnitud.
- Eliminación de ejes.
- Alta resolución (600 dpi).

4 Imagen Generada

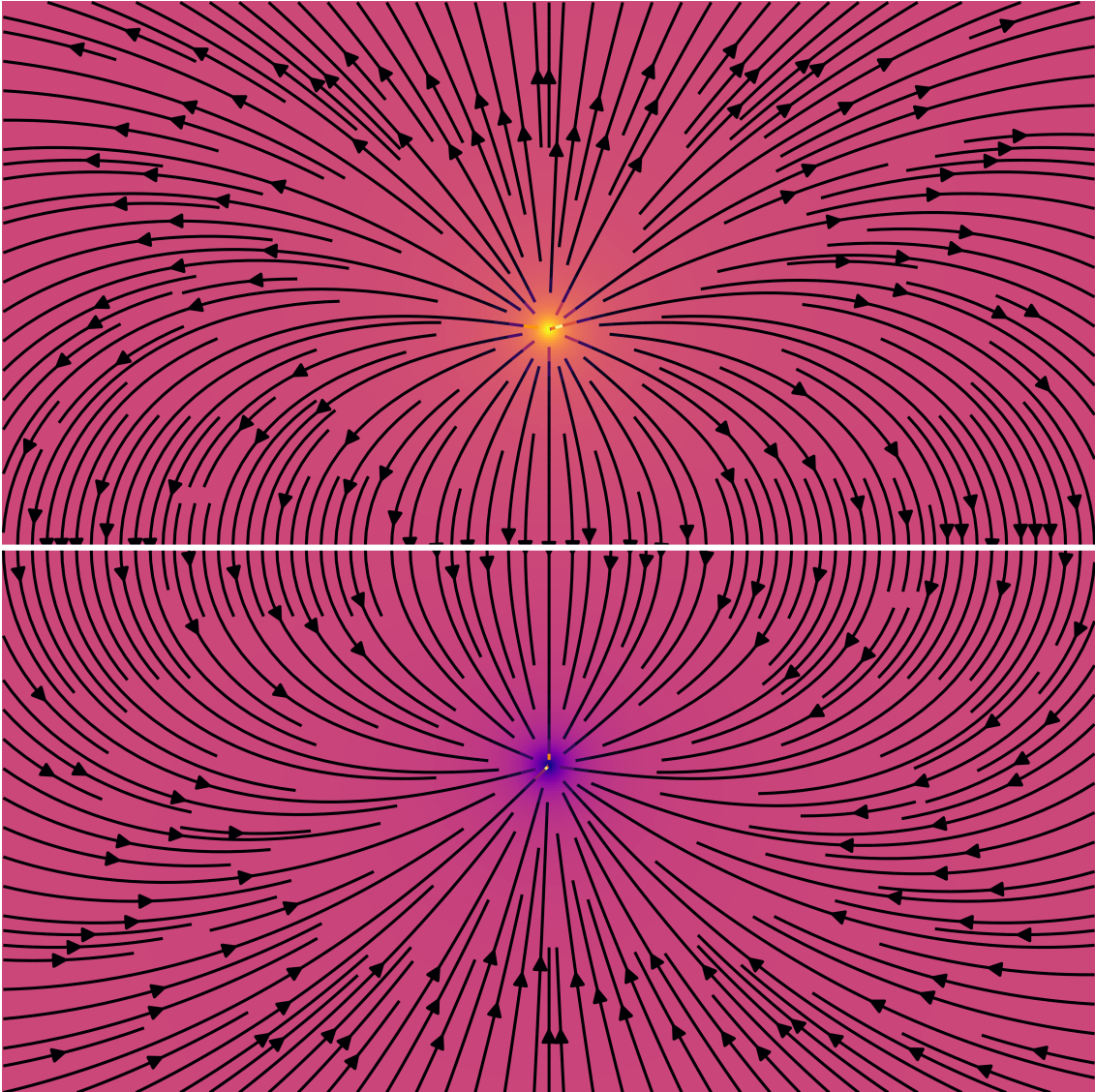


Figure 1: Carga puntual frente a un plano conductor (método de imagen). El color de las líneas representa la magnitud del campo eléctrico. El plano conductor se encuentra en $y = 0$.

5 Interpretación Física de la Imagen

- El plano es equipotencial ($\phi = 0$).
- El campo es perpendicular al conductor.
- La intensidad crece cerca de la carga.
- La estructura es simétrica respecto al plano.

La visualización simultáneamente comunica:

- Geometría del campo.
- Magnitud del campo.
- Condición de frontera.

6 Código Generador

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

plt.style.use("dark_background")

N = 400
x = np.linspace(-2, 2, N)
y = np.linspace(-2, 2, N)
X, Y = np.meshgrid(x, y)

epsilon = 0.03
q = 1.0
a = 0.8

R1 = np.sqrt(X**2 + (Y - a)**2 + epsilon**2)
R2 = np.sqrt(X**2 + (Y + a)**2 + epsilon**2)

phi = q/R1 - q/R2

dx = x[1] - x[0]
dy = y[1] - y[0]

dphidy, dphidx = np.gradient(phi, dy, dx)
Ex = -dphidx
Ey = -dphidy

E_mag = np.sqrt(Ex**2 + Ey**2)
```

```

fig, ax = plt.subplots(figsize=(8,8))

ax.pcolormesh(X, Y, phi,
              shading='auto',
              cmap='plasma')

ax.streamplot(X, Y, Ex, Ey,
              color=E_mag,
              cmap='inferno',
              density=2.5,
              linewidth=1.5)

ax.axhline(0, color='white', linewidth=3)

ax.set_xticks([])
ax.set_yticks([])
ax.set_frame_on(False)
ax.set_aspect('equal')

plt.tight_layout()
plt.savefig("portada_carga_imagen.png",
            dpi=600,
            bbox_inches='tight',
            pad_inches=0)

plt.show()

```

7 Ejercicios Propuestos

Nivel Conceptual

1. Demostrar analíticamente que $\phi(x, 0) = 0$.
2. Calcular la densidad superficial inducida:

$$\sigma(x) = -\varepsilon_0 E_y(x, 0^+)$$

3. Derivar la fuerza sobre la carga usando la carga imagen.

Nivel Computacional

1. Graficar únicamente la región $y > 0$.
2. Normalizar el campo antes de graficar.
3. Comparar quiver vs streamplot.

4. Variar la densidad de líneas y analizar el efecto visual.
5. Implementar un colormap personalizado.

Variantes Físicas

1. Cambiar el plano a $\phi = V_0$ constante.
2. Dos cargas frente al plano.
3. Carga desplazada lateralmente.
4. Dos planos paralelos (múltiples imágenes).
5. Plano inclinado.

Extensiones Avanzadas

1. Calcular energía electrostática del sistema.
2. Comparar con método de elementos finitos.
3. Animar el movimiento de la carga.
4. Visualizar en 3D el potencial.
5. Estudiar convergencia al variar N .

8 Reflexión

La visualización científica no es un adorno.

Es una herramienta cognitiva que permite:

- Comprender condiciones de frontera.
- Visualizar soluciones de Laplace.
- Desarrollar intuición espacial.
- Comunicar física de manera efectiva.

En problemas clásicos como este, la computación transforma una solución matemática en una experiencia geométrica.