

Electrostática Computacional

Exclusión explícita de la singularidad del potencial

1. Motivación física y numérica

El potencial eléctrico unidimensional

$$\phi(x) = \frac{1}{|x|} \quad (1)$$

presenta una singularidad en el origen $x = 0$. Desde el punto de vista físico, esta divergencia está asociada a la presencia de una carga puntual. Sin embargo, desde el punto de vista numérico, dicha singularidad provoca problemas computacionales debido a la división entre cero.

En este ejemplo se muestra una estrategia simple y explícita para **excluir el punto singular**, asignándole un valor finito grande al potencial en $x = 0$.

2. Discretización del dominio

El dominio espacial se define como

$$x \in [-1, 1],$$

y se discretiza en un número impar de puntos

$$N = 31,$$

de modo que uno de los nodos coincida exactamente con $x = 0$. El espaciamiento de la malla es

$$\Delta x = \frac{x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}}{N - 1}. \quad (2)$$

Cada punto se construye como

$$x_i = x_{\text{mín}} + i \Delta x. \quad (3)$$

3. Estrategia de exclusión de la singularidad

La exclusión del punto singular se implementa mediante una condición lógica:

- Si $x_i = 0$, el potencial se fija manualmente a un valor grande.
- Si $x_i \neq 0$, se evalúa la expresión analítica original.

Este procedimiento evita la división entre cero y permite visualizar el comportamiento global del potencial sin interrumpir la ejecución del programa.

4. Código completo en Python

El siguiente script implementa la estrategia descrita y guarda la gráfica resultante.

4.1. Script

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # Parámetros del dominio
5 N = 31
6 xmin = -1.0
7 xmax = 1.0
8
9 # Inicialización de arreglos
10 x = np.zeros(N)
11 phix = np.zeros(N)
12
13 # Paso espacial
14 dx = (xmax - xmin) / (N - 1)
15
16 # Construcción de la malla y cálculo del potencial
17 for i in range(N):
18     x[i] = xmin + i * dx
19
20     if x[i] == 0.0:
21         phix[i] = 100.0 # Valor artificial grande
22     else:
23         phix[i] = 1.0 / abs(x[i])
24
25 # Gráfica del potencial
26 plt.figure()
27 plt.plot(x, phix, '-o', label=r'$\phi(x)$')
28 plt.xlabel('x')
29 plt.ylabel(r'$\phi(x)$')
30 plt.title('Potencial elctrico con exclusi n expl cita de la
31          singularidad')
32 plt.grid()
33 plt.legend()
34
35 # Guardar figura
36 plt.savefig('potencial_1D_exclusion.png', dpi=300)
37 plt.show()
```

5. Resultados

La Figura 1 muestra el potencial eléctrico evaluado sobre la malla discreta. El punto correspondiente a $x = 0$ aparece como un valor finito grande, lo cual indica explícitamente la exclusión de la singularidad.

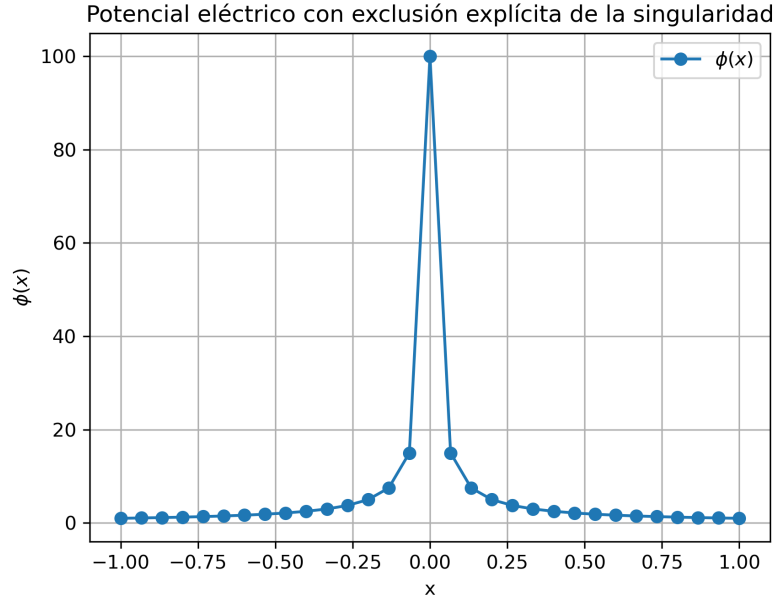


Figura 1: Potencial eléctrico unidimensional con exclusión explícita del punto singular $x = 0$.

Este tipo de tratamiento es común en esquemas numéricos preliminares, cuando el interés principal es analizar el comportamiento cualitativo del campo lejos de la singularidad.

6. Comentario computacional

Aunque esta estrategia es simple, es importante notar que:

- El valor asignado en $x = 0$ no tiene significado físico.
- En métodos más avanzados, la singularidad se maneja mediante regularización, eliminación del nodo o reformulación del problema (por ejemplo, resolviendo la ecuación de Poisson).

No obstante, este enfoque resulta pedagógicamente útil para introducir el manejo de singularidades en electrostática computacional.

7. Conclusión

La exclusión explícita del punto singular permite continuar con el análisis numérico del potencial eléctrico sin interrupciones, sentando las bases para el desarrollo de esquemas más robustos y físicamente consistentes.