

Electrostática Computacional

Construcción explícita de una malla bidimensional

1. Motivación

En el estudio del potencial eléctrico en dos dimensiones, no basta con calcular una matriz de valores. Para obtener una **representación física correcta**, es necesario conocer *en qué punto del espacio* se evalúa cada valor del potencial.

Esto conduce naturalmente a la introducción de una **mallla bidimensional (mesh)**, donde a cada punto (x, y) del dominio le corresponde un valor del potencial $\phi(x, y)$.

2. De vectores 1D a una malla 2D

El primer paso consiste en construir dos vectores unidimensionales:

- un vector x_i que discretiza el eje horizontal,
- un vector y_j que discretiza el eje vertical.

Estos vectores contienen las **coordenadas físicas**, no índices de matriz.

2.1. Definición del dominio

Se define un dominio cuadrado:

$$x \in [-1, 1], \quad y \in [-1, 1],$$

discretizado con

$$N = 51$$

puntos en cada dirección. Los espaciamentos son

$$\Delta x = \frac{x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}}{N - 1}, \quad \Delta y = \frac{y_{\text{máx}} - y_{\text{mín}}}{N - 1}. \quad (1)$$

3. Vectores de coordenadas

Los vectores de coordenadas se construyen explícitamente como

$$x_i = x_{\text{mín}} + i \Delta x, \quad y_j = y_{\text{mín}} + j \Delta y. \quad (2)$$

Estos vectores, por sí solos, aún no definen una malla bidimensional completa.

4. Necesidad de las matrices X y Y

Para evaluar una función bidimensional $\phi(x, y)$ en todos los puntos del dominio, se requiere conocer **todas las combinaciones posibles** de x_i y y_j .

Esto se logra construyendo dos matrices:

$$X_{i,j} = x_j, \quad Y_{i,j} = y_i.$$

Estas matrices cumplen un papel fundamental:

- X contiene la coordenada x de cada punto de la malla,
- Y contiene la coordenada y correspondiente.

Cada par $(X_{i,j}, Y_{i,j})$ representa un punto físico del dominio.

5. Modelo físico

Se considera el potencial bidimensional de una carga puntual:

$$\phi(x, y) = \frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad (3)$$

donde q es la carga eléctrica. Esta expresión se evalúa punto por punto sobre la malla.

6. Código completo en Python

El siguiente script construye explícitamente la malla bidimensional usando ciclos `for`, calcula el potencial y lo grafica con ejes físicos correctos.

6.1. Script

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # Par metros
5 N = 51
6 xmin, xmax = -1.0, 1.0
7 ymin, ymax = -1.0, 1.0
8
9 # Vectores de coordenadas
10 x = np.zeros(N)
11 y = np.zeros(N)
12
13 dx = (xmax - xmin) / (N - 1)
14 dy = (ymax - ymin) / (N - 1)
15
16 for i in range(N):
17     x[i] = xmin + i * dx
18     y[i] = ymin + i * dy
19
20 # Matrices de la malla
```

```

21 X = np.zeros((N, N))
22 Y = np.zeros((N, N))
23 phi = np.zeros((N, N))
24
25 q = 1.0
26
27 # Construcción de la malla y cálculo del potencial
28 for i in range(N):
29     for j in range(N):
30         X[i, j] = x[j]
31         Y[i, j] = y[i]
32
33         R = np.sqrt(X[i, j]**2 + Y[i, j]**2)
34         phi[i, j] = q / R
35
36 # Gráfica del potencial
37 plt.figure(figsize=(6,5))
38 plt.pcolormesh(X, Y, phi, shading='auto')
39 plt.colorbar(label='Potencial  $\phi$ ')
40 plt.xlabel('x')
41 plt.ylabel('y')
42 plt.title('Potencial  $\phi(x,y)$  calculado con ciclos for')
43 plt.axis('equal')
44 plt.show()

```

7. Interpretación de la gráfica

La Figura 1 muestra el potencial eléctrico evaluado sobre una malla bidimensional.

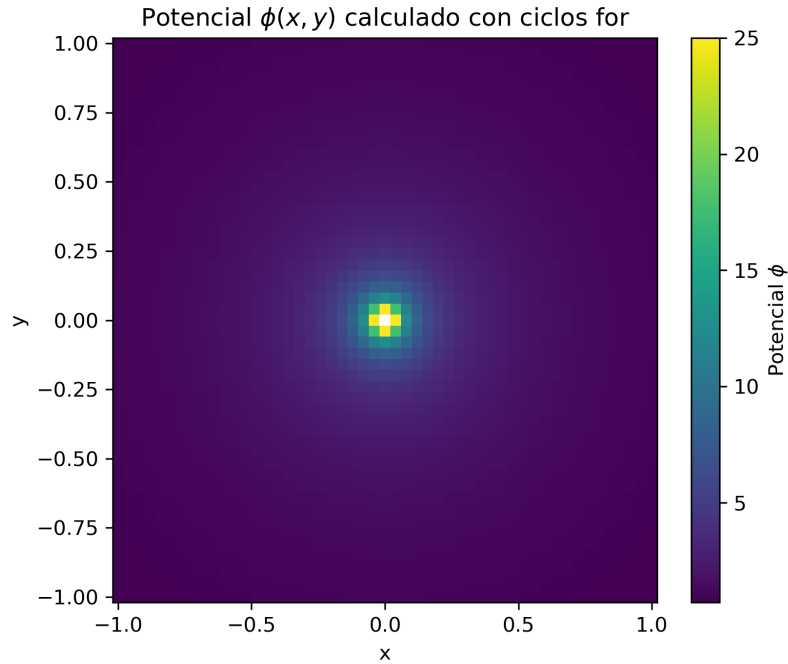


Figura 1: Potencial bidimensional evaluado sobre una malla explícita. Los ejes corresponden a coordenadas físicas.

A diferencia de `imshow`, aquí:

- los ejes están en unidades de longitud,
- cada celda corresponde a un punto físico (x, y) ,
- la visualización respeta la geometría del dominio.

8. Preparación para la idea de mesh

Este procedimiento construye una malla bidimensional de forma explícita y pedagógica. Sin embargo, el patrón observado es sistemático y repetitivo.

Esto motiva la introducción de herramientas automáticas que:

- generan X y Y sin ciclos explícitos,
- reducen el código,
- hacen más eficiente el cálculo.

Estas herramientas se agrupan bajo el concepto de **mall** (**mesh**), que será introducido formalmente en el siguiente paso.

9. Conclusión

La construcción explícita de las matrices X y Y permite pasar de una simple matriz de datos a una representación física correcta del potencial eléctrico en dos dimensiones, sentando las bases conceptuales para el uso de mallas y métodos numéricos más avanzados.