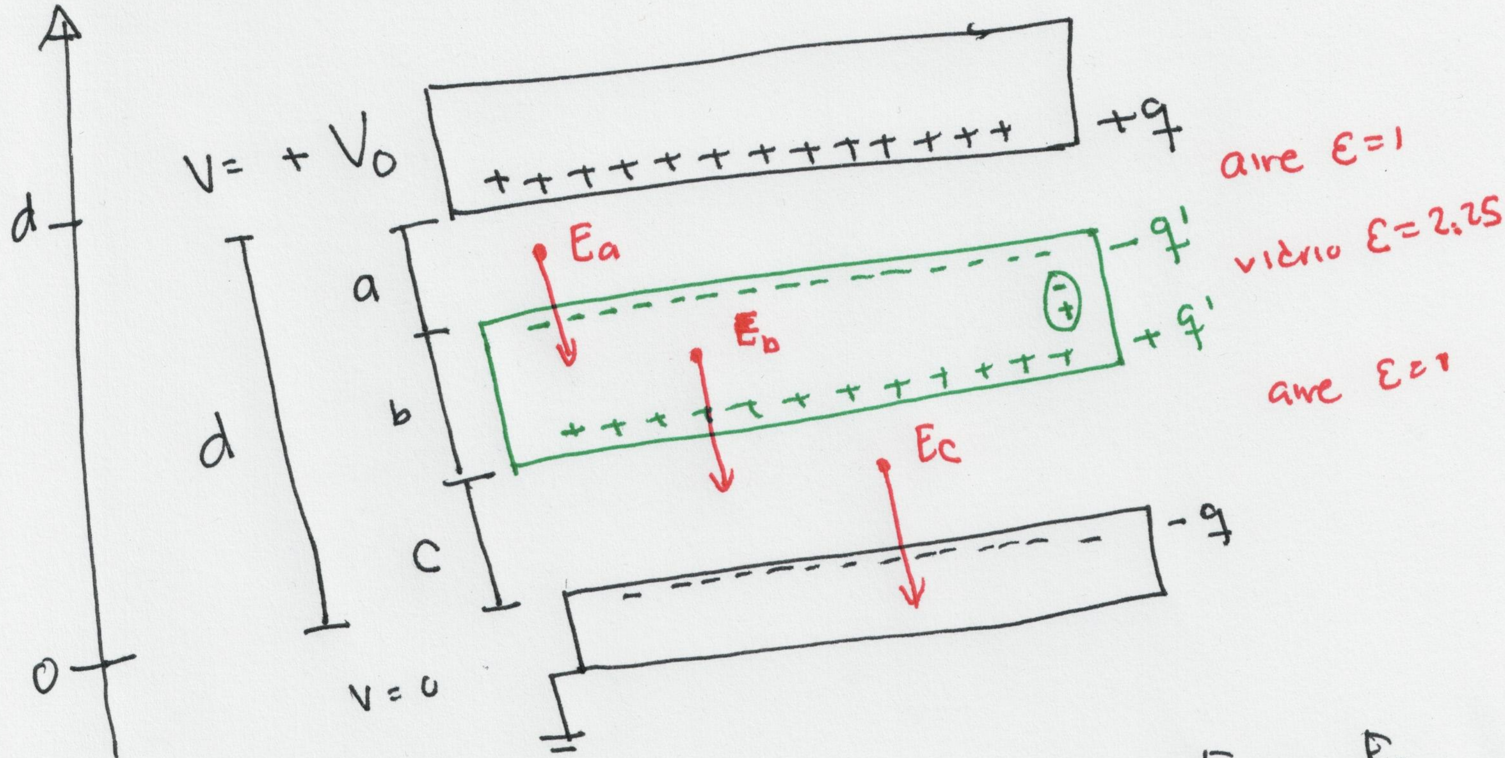
Consideremos el capacitor con una placa dielectrica ε de la forma que ilustra la figura



Determine los campos electricos $\underline{\underline{E_a}}$, $\underline{\underline{E_b}}$ y $\underline{\underline{E_c}}$.

Determine la estrategia de que solo conozco

Usaremos la estrategia de que solo conozco

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{a} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

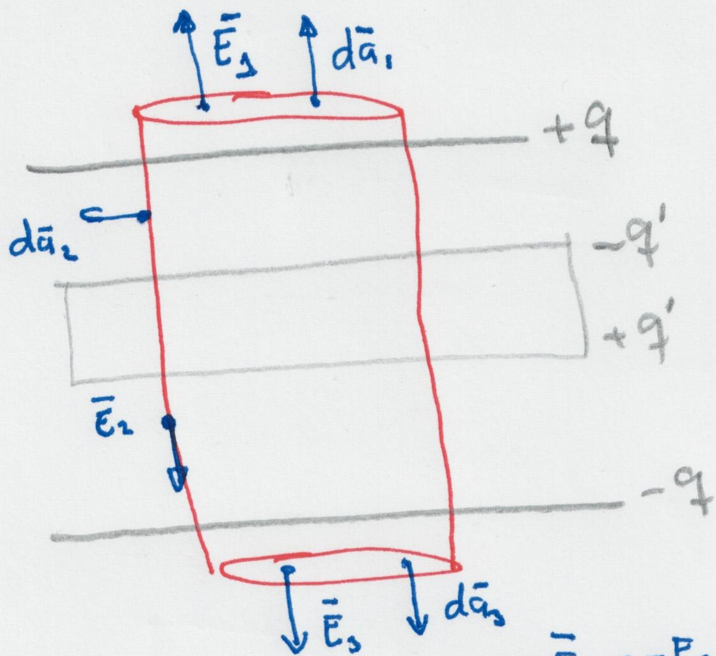
donde q_{enc} es la carga encerrada por la superficie gaussiana.

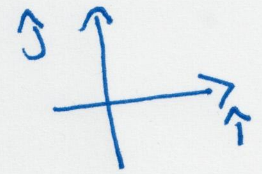
¿Como funciona la ley de Gauss?

Ejemplo: El campo electrico fuera del capacitor

$$\oint \bar{E}\cdot d\bar{a} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Consideremos una superficie gaussiana de la forma





$\bar{E}_1 = E_1\hat{j}$ $\qquad$ $\bar{E}_2 = E_2\hat{j}$ $\qquad$ $\bar{E}_3 = -E_3\hat{j}$

$d\bar{a}_1 = da_1\hat{j}$ $\qquad$ $d\bar{a}_2 = -da_2\,\hat{i}$ $\qquad$ $d\bar{a}_3 = -da_3\hat{j}$

$$q_{enc} = +q - q' + q' - q = 0$$

Así tenemos

$$\int E_1\,\hat{j}\cdot\hat{j}\,da_1 + \int E_2\,\underbrace{\cancel{\hat{j}\cdot\hat{i}}}_{0}(-da_2) + \int(-E_3\,\hat{j})\cdot(-\hat{j}\,da_3) = 0$$

$$\int E_1 da_1 + \int E_3 da_3 = 0$$

$$E_1 A_1 + E_3 A_3 = 0$$

donde $A_1 = A_3$ porque son areas iguales.

$$(E_1 + E_3)A_3 = 0$$

Como la situacion es simetrica, el campo que sale por arriba debe de tener la misma magnitud que el campo que sale por abajo. Asi

$$E_1 = E_3$$

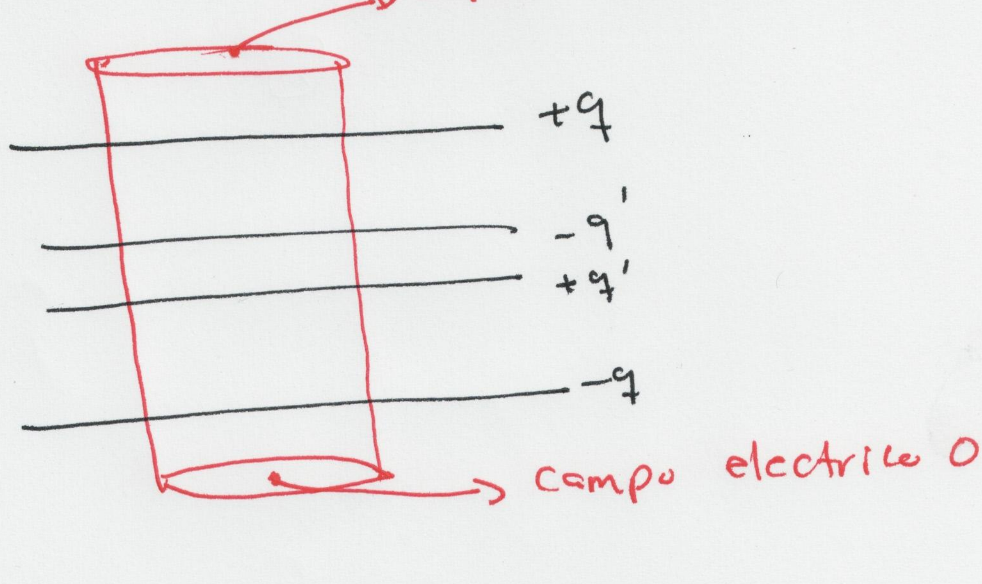
Entonces

$$(2E_1)A_3 = 0$$

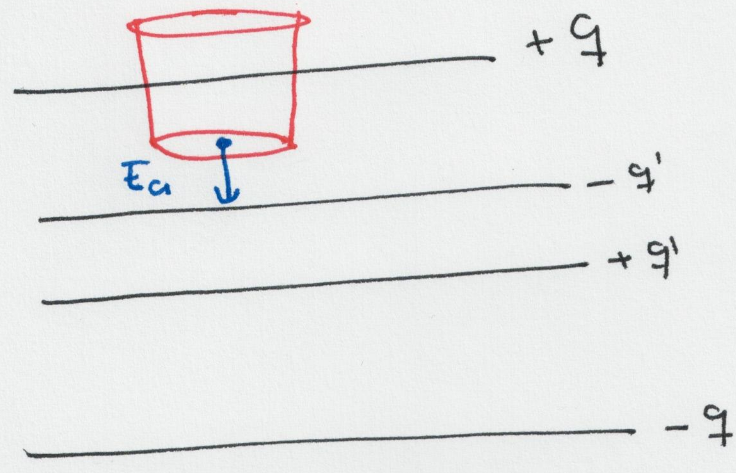
ya que A_3 es no nulo, entonces

$$E_1 = 0$$

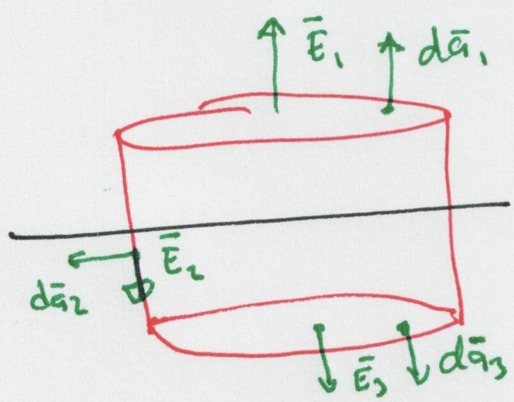
El campo electrico afuera de un capacitor es cero



Calculo del campo E_a



Tenemos ste superficie gaussiana:



$\rightarrow \sigma = \frac{q}{A}$

Al aplicar

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{a} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\int \cancelto{0}{\bar{E}_1 \cdot d\bar{a}_1} + \int \cancelto{0}{\bar{E}_2 \cdot d\bar{a}_2} + \int \bar{E}_3 \cdot d\bar{a}_3 = \frac{+q}{\varepsilon_0}$$

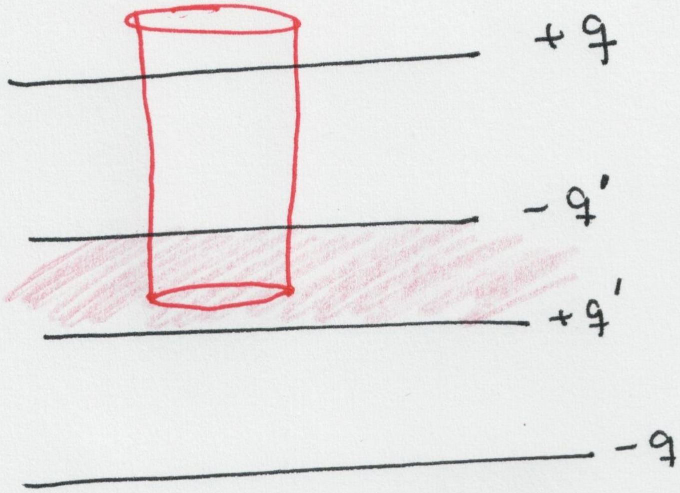
cero porque es el campo fuera del capacitor

cero porque el campo y el area son perpendiculares

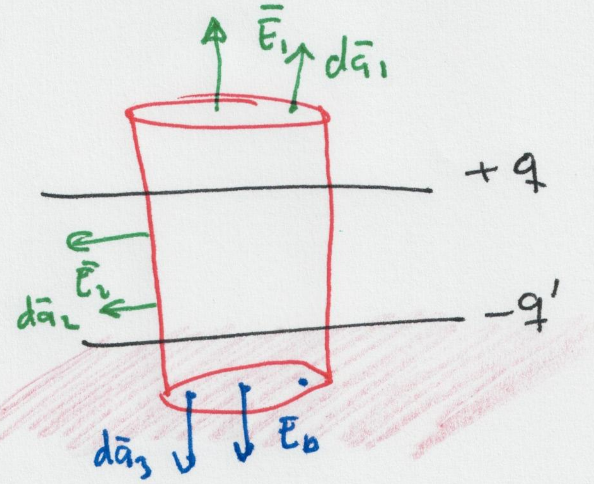
$$E_3 \cancel{A_3} = \frac{\sigma \cancel{A_3}}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_a = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

Calculo del campo E_D



Tenemos la siguiente superficie gaussiana



Al aplicar

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{a} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\int \cancelto{0}{\bar{E}_1 \, d\bar{a}_1} + \int \cancelto{0}{\bar{E}_2 \, d\bar{a}_2} + \int \bar{E}_D \cdot d\bar{a}_3 = \underbrace{\frac{+q}{\varepsilon_0} - \frac{q'}{\varepsilon_0}}_{\text{carga encerrada}}$$

campo afuera

campo perpendicular al area

La ecuacion

$$\int \bar{E}_b \cdot d\bar{a}_3 = +\frac{q}{\varepsilon_0} - \frac{q'}{\varepsilon_0}$$

nos da

$$E_b A_3 = +\frac{q}{\varepsilon_0} - \frac{q'}{\varepsilon_0}$$

pero aquí queremos conocer E_b y se dá el caso que <u>no</u> conocemos q'.

¿Que hacemos?

No sabemos la carga inducida q'.

Asi tenemos

$$\int \nabla \cdot \left(E + \frac{\rho'}{\varepsilon_0}\right) dv = \int \frac{\rho_{libre}}{\varepsilon_0} dv = \frac{q_{libre}}{\varepsilon_0}$$

Tenemos ahora la Ley de Gauss

$$\int \bar{\nabla} \cdot \left(E + \frac{\rho'}{\varepsilon_0}\right) dv = \int \frac{\rho_{libre}}{\varepsilon_0} dv = \frac{q_{libre}}{\varepsilon_0}$$

Ojo
La ley de Gauss en

$$\boxed{\oint \bar{E} \cdot d\bar{a} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \Longleftrightarrow \int \bar{\nabla} \cdot \bar{E} \, dv = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}}$$

Aqui el truco es escribir

$$\rho' = \bar{\nabla} \cdot \bar{P}$$

así

$$\int \bar{\nabla} \cdot \left(E + \frac{\bar{P}}{\varepsilon_0}\right) dv = \frac{q_{libre}}{\varepsilon_0}$$

Introducimos $\bar{P} = \chi \bar{E}$

$$\int \nabla \cdot \left(\bar{E} + \frac{\chi}{\varepsilon_0} \bar{E} \right) dv = \frac{q_{libre}}{\varepsilon_0}$$

sea $\bar{D} = \bar{E} + \frac{\chi}{\varepsilon_0} \bar{E} = \left(1 + \frac{\chi}{\varepsilon_0} \right) \bar{E}$.

Entonces la ley de Gauss se vuelve

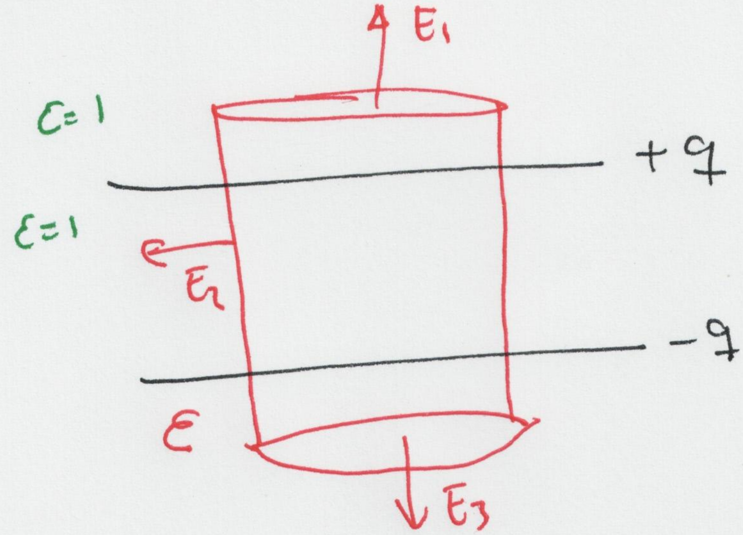
$$\int \bar{\nabla} \cdot \bar{D} \, dv = \frac{q_{libre}}{\varepsilon_0}$$

$\underline{\bar{D} = \varepsilon \bar{E}}$ o bien

$$\oint \bar{D} \cdot d\bar{a} = \frac{q_{libre}}{\varepsilon_0}$$

Nueva ley de Gauss

¿Esta nueva ley de Gauss, es fácil de aplicar?



$$\oint \bar{D} \cdot d\bar{a} = \frac{q_{libre}}{\varepsilon_0}$$

$$\int \varepsilon_1 \cancel{\bar{E}_1 \cdot d\bar{a}}^{\,0} + \int \varepsilon_2 \cancel{\bar{E}_2 \cdot d\bar{a}_2}^{\,0} + \int \varepsilon \bar{E}_3 \cdot d\bar{a}_3 = \frac{q_{libre}}{\varepsilon_0}$$

$E_1 = 0$

campo electrico afuera

campo electrico y area perpendiculares

$$\varepsilon E_3 \cancel{A_3} = \frac{\sigma_{libre} \cancel{A_3}}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_3 = \frac{\sigma_{libre}}{\varepsilon \varepsilon_0}}$$

Si se pudo calcular el campo electrico en el dielectrico !!

$$\boxed{E_3 = \frac{E_a}{\varepsilon}}$$

9