Laboratorio de Física Computacional

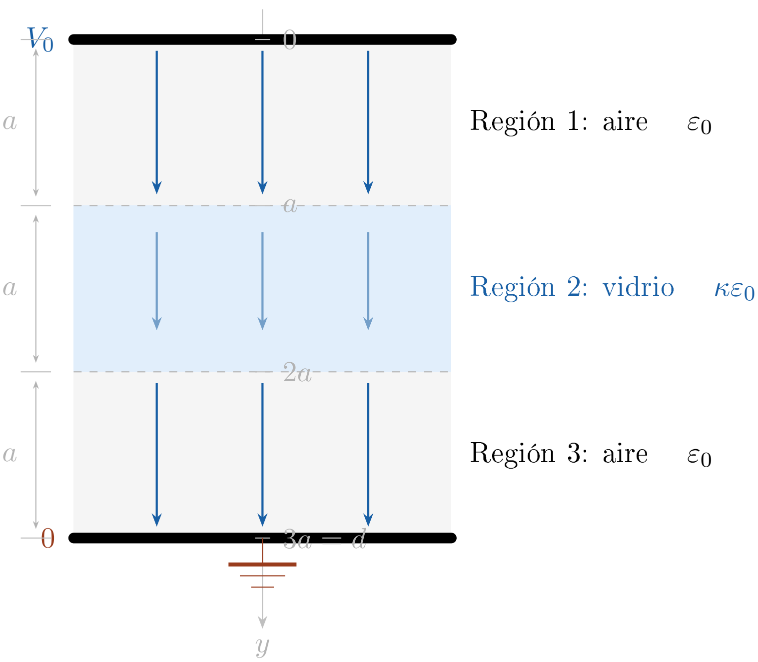
Capacitor con dieléctrico parcial: vidrio entre placas de aire

Universidad de Sonora · Semestre 2026-1

---

1 El sistema físico

Insertamos una lámina de vidrio ($\kappa = 2.25$) entre las placas, de modo que el espacio queda dividido simétricamente en tres regiones de igual grosor $a = d/3$:



2 Física en la interfaz: condición de frontera

En la interfaz entre dos dieléctricos sin carga libre superficial, la componente normal del vector desplazamiento eléctrico $\vec{D}$ es continua:

$$D_1 = D_2 \qquad \Longrightarrow \qquad \varepsilon_0 E_1 = \kappa\, \varepsilon_0\, E_2 \tag{1}$$

De donde:

$$E_2 = \frac{E_1}{\kappa} \tag{2}$$

El campo dentro del vidrio es **menor** que en el aire por un factor κ: el dieléctrico se polariza y sus dipolos internos se oponen parcialmente al campo externo. Por simetría, $E_3 = E_1$.

3 Cálculo del campo eléctrico

La diferencia de potencial total entre las placas debe ser V_0. Integrando E en cada región:

$$V_0 = \int_0^a E_1\,dy + \int_a^{2a} E_2\,dy + \int_{2a}^{3a} E_1\,dy = E_1\,a + \frac{E_1}{\kappa}\,a + E_1\,a = E_1\,a\left(2 + \frac{1}{\kappa}\right) \tag{3}$$

Despejando E_1:

$$\boxed{E_1 = E_3 = \frac{V_0}{a\left(2 + \frac{1}{\kappa}\right)} \qquad E_2 = \frac{E_1}{\kappa}} \tag{4}$$

Con $\kappa = 2.25$ y $d = 3a$:

$$E_1 = \frac{V_0}{a\left(2 + \frac{1}{2.25}\right)} = \frac{V_0}{a \cdot \frac{9}{4+\frac{4}{9}}} \approx \frac{V_0}{2.44\,a}$$

$$E_2 = \frac{E_1}{2.25} \approx \frac{V_0}{5.5\,a}$$

Para $V_0 = 9\,\mathrm{V}$ y $d = 3\,\mathrm{cm}$ ($a = 1\,\mathrm{cm}$): $E_1 \approx 368\,\mathrm{V/m}$, $E_2 \approx 164\,\mathrm{V/m}$.

4 Potencial $V(y)$ a trozos

Integrando $E = -dV/dy$ en cada región con los campos ya conocidos:

Región 1 — aire ($0 \leq y \leq a$)

$$\int_{V_0}^{V(y)} dV' = -E_1 \int_0^y dy' \qquad \Longrightarrow \qquad V(y) = V_0 - E_1\,y$$

Región 2 — vidrio ($a \leq y \leq 2a$)

El potencial en la interfaz $y = a$ es $V_a = V_0 - E_1\,a$. Integramos desde ahí:

$$V(y) = V_a - E_2\,(y - a) = (V_0 - E_1\,a) - \frac{E_1}{\kappa}(y - a)$$

Región 3 — aire ($2a \leq y \leq 3a$)

El potencial en la interfaz $y = 2a$ es $V_{2a} = V_a - E_2\,a$. Integramos desde ahí:

$$V(y) = V_{2a} - E_1\,(y - 2a)$$

$$V(y) = \begin{cases} V_0 - E_1\, y & 0 \le y \le a \\ (V_0 - E_1\, a) - \dfrac{E_1}{\kappa}(y - a) & a \le y \le 2a \\ (V_0 - E_1\, a - \dfrac{E_1}{\kappa}\, a) - E_1(y - 2a) & 2a \le y \le 3a \end{cases} \tag{5}$$

Verificación:

$$V(0) = V_0 \checkmark$$
$$V(3a) = V_0 - 2E_1\, a - \tfrac{E_1}{\kappa}\, a = V_0 - E_1\, a\big(2 + \tfrac{1}{\kappa}\big) = 0 \checkmark$$

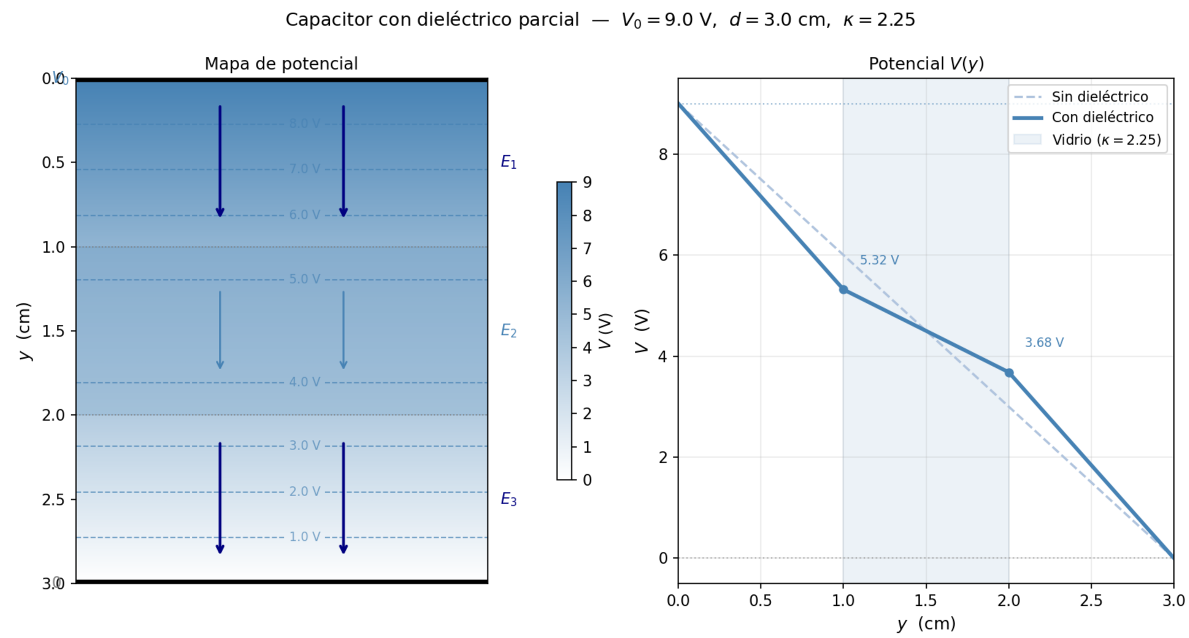
5 Actividad computacional

Listing 1: Capacitor con dieléctrico parcial simétrico

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.colors as mcolors

# ---
# PARAMETROS
# ---
V0    = 9.0     # voltaje de la fuente [V]
d_cm  = 3.0     # separacion total entre placas [cm]  (d = 3a)
kappa = 2.25    # constante dielectrica del vidrio

a    = d_cm / 3.0
a_m  = a * 1e-2              # cm -> m
E1   = V0 / (a_m * (2 + 1/kappa))
E2   = E1 / kappa
Va   = V0 - E1 * a_m         # V en y = a
V2a  = Va - E2 * a_m         # V en y = 2a

# potencial a trozos
y  = np.linspace(0, d_cm, 500)
V  = np.where(y <= a,
       V0  - E1 * y * 1e-2,
       np.where(y <= 2*a,
         Va  - E2 * (y - a)   * 1e-2,
         V2a - E1 * (y - 2*a) * 1e-2))

# malla 2D para mapa de color
y2d = np.linspace(0, d_cm, 400)
V2D = np.where(y2d <= a,
       V0  - E1 * y2d * 1e-2,
```

```python
        np.where(y2d <= 2*a,
          Va  - E2 * (y2d - a)    * 1e-2,
          V2a - E1 * (y2d - 2*a) * 1e-2))
V2D = np.tile(V2D, (10, 1))
X2D, Y2D = np.meshgrid(np.linspace(0,1,10), y2d)

fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(11, 6))
fig.suptitle(rf"$V_0={V0}$ V,  $d={d_cm}$ cm,  $\kappa={kappa}$",
             fontsize=12)

# mapa de color
cmap = mcolors.LinearSegmentedColormap.from_list(
    'azul_blanco', ['white', 'steelblue'])
im = ax1.imshow(V2D.T, origin='upper',
                extent=[0,1,d_cm,0], cmap=cmap,
                vmin=0, vmax=V0, aspect='auto')
ax1.axhspan(a, 2*a, color='steelblue', alpha=0.15)
cs = ax1.contour(X2D.T, Y2D.T, V2D.T,
                 levels=np.linspace(0,V0,10)[1:-1],
                 colors='steelblue', linewidths=0.9,
                 linestyles='--', alpha=0.7)
ax1.clabel(cs, fmt='%.1f V', fontsize=8, inline=True)
for yi in [a, 2*a]:
    ax1.axhline(yi, color='gray', lw=0.8, ls=':')
ax1.axhline(0,    color='black', lw=5)
ax1.axhline(d_cm, color='black', lw=5)
fig.colorbar(im, ax=ax1, fraction=0.03, pad=0.14).set_label('V (V)')
ax1.set_ylabel('y  (cm)'); ax1.set_xticks([])
ax1.set_title('Mapa de potencial')

# V(y)
V_ref = V0 * (1 - y / d_cm)
ax2.plot(y, V_ref, color='lightsteelblue', lw=1.5,
         ls='--', label='Sin dielectrico')
ax2.plot(y, V,     color='steelblue', lw=2.5,
         label='Con dielectrico')
ax2.axvspan(a, 2*a, color='steelblue', alpha=0.10,
            label=f'Vidrio (k={kappa})')
for yi, vi in [(a, Va), (2*a, V2a)]:
    ax2.plot(yi, vi, 'o', color='steelblue', ms=5)
ax2.set_xlabel('y  (cm)'); ax2.set_ylabel('V  (V)')
ax2.set_xlim(0, d_cm); ax2.set_ylim(-0.5, V0+0.5)
ax2.legend(fontsize=9); ax2.grid(alpha=0.25)
ax2.set_title('Potencial V(y)')

plt.tight_layout()
plt.savefig(f'capacitor_dielectrico_d{d_cm}cm.png', dpi=150)
plt.show()
```

Resultado ($V_0 = 9$ V, $d = 3$ cm, $\kappa = 2.25$)



6 Preguntas de exploración

1. ¿Por qué las curvas de nivel se *aprietan* dentro del vidrio en el mapa de color? ¿Qué dice eso sobre la magnitud de E_2?

2. Cambia `kappa` a 1.0 (sin dieléctrico). ¿Recuperas el caso lineal?

3. Cambia `kappa` a un valor muy grande (por ejemplo 100). ¿Qué le ocurre a $V(y)$ dentro del vidrio? ¿Qué implicaría físicamente?

4. ¿Por qué $E_3 = E_1$? ¿Cambiaría esto si el dieléctrico no estuviera centrado?

5. Modifica el grosor del vidrio: en lugar de $a = d/3$, prueba con $b = d/2$ (vidrio en el centro, aire igual arriba y abajo). Ajusta la lógica del script y vuelve a graficar.