

Visualización Computacional del Potencial de una Carga en Movimiento

Índice

1. Introducción	2
2. Potencial de Coulomb	2
3. Carga en movimiento	2
3.1. Aproximación cuasiestática	3
4. Idea del algoritmo	3
5. Código en Python	3
6. Explicación del código	5
7. Interpretación física	5

1. Introducción

En muchos cursos de electromagnetismo el potencial eléctrico se introduce como una función escalar asociada al campo eléctrico. Sin embargo, muchas veces resulta difícil visualizar cómo cambia el potencial cuando las cargas se mueven.

En estas notas construiremos una visualización computacional sencilla del potencial eléctrico producido por una carga puntual que se mueve con velocidad constante.

La simulación se basa en una aproximación electrostática muy simple: en cada instante de tiempo calculamos el potencial de Coulomb utilizando la posición instantánea de la carga.

El resultado es una animación donde el potencial se desplaza junto con la partícula.

2. Potencial de Coulomb

El potencial eléctrico producido por una carga puntual q localizada en la posición $\mathbf{r}_q$ está dado por

$$V(\mathbf{r}) = \frac{kq}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|} \quad (1)$$

donde

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

Si escribimos explícitamente las coordenadas en el plano (x, y) obtenemos

$$V(x, y) = \frac{kq}{\sqrt{(x - x_q)^2 + (y - y_q)^2}}. \quad (2)$$

Este potencial tiene una singularidad en la posición de la carga y disminuye conforme nos alejamos de ella.

Las superficies de potencial constante se conocen como **equipotenciales**.

3. Carga en movimiento

Supongamos ahora que la carga se mueve con velocidad constante en la dirección x . La posición de la carga será entonces

$$x_q(t) = x_0 + vt \quad (3)$$

donde

- x_0 es la posición inicial
- v es la velocidad
- t es el tiempo

El potencial se vuelve entonces dependiente del tiempo

$$V(x, y, t) = \frac{kq}{\sqrt{(x - x_q(t))^2 + (y - y_q)^2}}. \quad (4)$$

Esta expresión describe un potencial cuya forma es siempre la misma pero cuya posición cambia con el tiempo.

3.1. Aproximación cuasiestática

En una descripción electromagnética completa los cambios del campo eléctrico no se propagan instantáneamente, sino a la velocidad de la luz.

En estas notas ignoramos ese efecto y suponemos que el potencial se ajusta instantáneamente a la nueva posición de la carga.

Esta aproximación se conoce como

aproximación cuasiestática.

Es razonable siempre que

$$v \ll c$$

donde c es la velocidad de la luz.

4. Idea del algoritmo

La simulación se construye siguiendo los siguientes pasos:

1. Definir una malla de puntos en el plano (x, y) .
2. Avanzar el tiempo en pequeños pasos.
3. Calcular la posición de la carga en cada instante.
4. Evaluar el potencial en todos los puntos de la malla.
5. Dibujar el potencial como un mapa de colores.
6. Guardar cada imagen.

Posteriormente todas las imágenes pueden combinarse para generar una animación.

5. Código en Python

```
1
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 # parametros
6 q = 1
7 k = 1
```

```

8
9 v = 0.8
10 x0 = -4
11 y0 = 0
12
13 # dominio
14 x = np.linspace(-5,5,120)
15 y = np.linspace(-5,5,120)
16
17 X,Y = np.meshgrid(x,y)
18
19 # tiempo
20 ti = 0
21 tf = 6
22 Nt = 98
23
24 dt = (tf-ti)/Nt
25
26 for i in range(Nt):
27
28     t = ti + i*dt
29
30     # posicion de la carga
31     xq = x0 + v*t
32     yq = y0
33
34     # potencial
35     R = np.sqrt((X-xq)**2 + (Y-yq)**2 + 0.05)
36     V = k*q/R
37
38     plt.figure()
39
40     plt.contourf(X,Y,V,40,cmap='plasma')
41
42     plt.plot(xq,yq,'wo') # posicion de la carga
43
44     plt.xlim(-5,5)
45     plt.ylim(-5,5)
46
47     plt.gca().set_aspect('equal')
48
49     plt.title("t□=□{: .2f}".format(t))
50
51     if i < 10:
52         plt.savefig("potencial0{}.png".format(i))
53     else:
54         plt.savefig("potencial{}.png".format(i))
55
56     plt.close()

```

6. Explicación del código

Primero se importan las bibliotecas necesarias:

- `numpy` para realizar cálculos numéricos
- `matplotlib` para generar las gráficas

Después se definen los parámetros físicos del problema:

- la carga q
- la constante k
- la velocidad v

Posteriormente se construye una malla bidimensional usando

`meshgrid`

lo que permite evaluar el potencial simultáneamente en muchos puntos. Luego se define un intervalo temporal entre t_i y t_f dividido en N_t pasos. En cada iteración del ciclo:

1. Se calcula el tiempo actual.
2. Se calcula la posición de la carga.
3. Se evalúa la distancia a todos los puntos de la malla.
4. Se calcula el potencial.

Finalmente el potencial se representa como un mapa de colores utilizando la función

`contourf`.

Cada figura se guarda como un archivo PNG. Estos archivos pueden combinarse posteriormente para producir una animación.

7. Interpretación física

En la animación resultante el potencial aparece como una región intensa alrededor de la carga.

Conforme la partícula se mueve, toda la estructura del potencial se desplaza en el plano.

Esto permite visualizar de forma clara cómo la distribución espacial del potencial sigue la trayectoria de la carga.

Además, recordando que el campo eléctrico está relacionado con el potencial mediante

$$\mathbf{E} = -\nabla V, \quad (5)$$

podemos interpretar el campo eléctrico como la dirección de descenso más rápido del potencial.