

Campo Eléctrico de una Carga en Movimiento

Aproximación Electroestática

1 Introducción

Uno de los problemas fundamentales en electromagnetismo consiste en determinar los campos eléctricos producidos por cargas en movimiento.

En electrodinámica completa, los campos electromagnéticos dependen de los llamados *tiempos retardados*, lo que refleja el hecho de que las perturbaciones electromagnéticas se propagan a velocidad finita (la velocidad de la luz). Esto conduce a expresiones más complejas conocidas como los *potenciales de Liénard–Wiechert*.

Sin embargo, en muchas situaciones físicas puede utilizarse una aproximación más simple conocida como la **aproximación cuasiestática**. En esta aproximación se supone que el campo eléctrico en cada instante está determinado únicamente por la posición instantánea de las cargas.

El objetivo de estas notas es analizar el campo eléctrico producido por una carga puntual que se mueve con velocidad constante, utilizando esta aproximación electrostática.

2 Potencial eléctrico de una carga puntual

En electrostática, el potencial eléctrico producido por una carga puntual q situada en la posición $\mathbf{r}_q$ está dado por

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|}. \quad (1)$$

Aquí:

- $\mathbf{r}$ es el punto del espacio donde se evalúa el potencial
- $\mathbf{r}_q$ es la posición de la carga

- ϵ_0 es la permitividad del vacío

La dependencia $1/r$ refleja el hecho de que el potencial disminuye al alejarnos de la carga.

3 Campo eléctrico

El campo eléctrico se obtiene a partir del potencial mediante

$$\mathbf{E} = -\nabla V. \quad (2)$$

Aplicando el gradiente al potencial de una carga puntual obtenemos

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|^3}. \quad (3)$$

Esta expresión muestra que el campo eléctrico:

- es radial
- apunta hacia afuera si $q > 0$
- apunta hacia la carga si $q < 0$
- decrece como $1/r^2$

Las líneas de campo eléctrico describen la dirección en la cual una carga de prueba positiva se movería bajo la acción del campo.

4 Carga en movimiento

Consideremos ahora una carga puntual que se mueve con velocidad constante a lo largo del eje x .

La posición de la carga es

$$x_q(t) = x_0 + vt. \quad (4)$$

En forma vectorial,

$$\mathbf{r}_q(t) = (x_q(t), y_q). \quad (5)$$

Si usamos la aproximación cuasiestática, el potencial en el instante t se obtiene evaluando la expresión electrostática en la posición instantánea de la carga:

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t)|}. \quad (6)$$

Por lo tanto, el potencial depende ahora del tiempo.

5 Campo eléctrico dependiente del tiempo

El campo eléctrico asociado es

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t)|^3}. \quad (7)$$

En coordenadas cartesianas,

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \frac{x - x_q(t)}{[(x - x_q(t))^2 + (y - y_q)^2]^{3/2}} \quad E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \frac{y - y_q}{[(x - x_q(t))^2 + (y - y_q)^2]^{3/2}} \quad (8)$$

Esto muestra que el campo eléctrico conserva su estructura radial, pero su centro se mueve junto con la carga.

6 Aproximación cuasiestática

En electrodinámica rigurosa, los campos producidos por una carga en movimiento dependen de la posición de la carga en un tiempo anterior llamado *tiempo retardado*.

Esto ocurre porque los cambios en el campo electromagnético se propagan a la velocidad de la luz.

Sin embargo, si la velocidad de la carga es mucho menor que la velocidad de la luz,

$$[v \ll c,]$$

podemos ignorar este efecto.

En este caso se asume que:

el campo eléctrico en cada instante está determinado por la posición instantánea de la carga.

Esta es la aproximación utilizada en la simulación computacional.

7 Interpretación de la simulación

En el programa de Python se calcula el potencial eléctrico en una malla bidimensional del plano.

Cada punto de la malla corresponde a un punto del espacio:

$[(x_i, y_j)]$

Para cada instante de tiempo:

- se calcula la posición de la carga
- se evalúa el potencial en todos los puntos de la malla
- se produce una imagen del mapa de potencial

El resultado es una animación donde:

- la carga se mueve con velocidad constante
- el máximo del potencial se desplaza junto con ella
- la estructura del campo eléctrico se traslada en el plano

Esta simulación permite visualizar de manera clara la relación entre:

- la posición de una carga
- el potencial eléctrico
- el campo eléctrico asociado

8 Comentario final

Aunque este modelo utiliza una aproximación electrostática, captura correctamente la estructura espacial del campo eléctrico producido por una carga puntual.

Una descripción completa del problema requiere el uso de los potenciales retardados y conduce a soluciones más generales que incluyen efectos de radiación electromagnética.

Estas soluciones forman parte de la electrodinámica clásica desarrollada a partir de las ecuaciones de Maxwell.