

Problema 30-9 — Capacitor con dieléctrico parcial

Inciso b) — Carga libre q en las placas

Halliday, Resnick y Krane · Física Vol. 2

Punto de partida: resultado del inciso a)

Del inciso anterior ya derivamos la capacitancia inicial del capacitor *sin* dieléctrico:

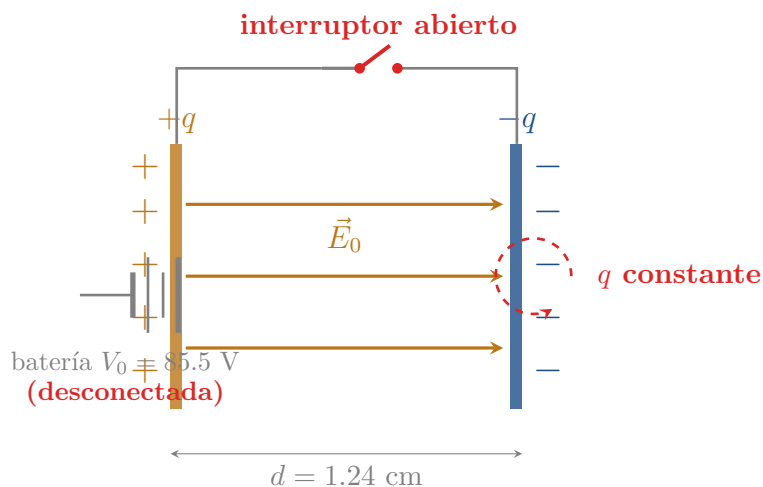
$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = 8.21 \text{ pF}$$

Condición física crucial

La batería se desconecta **ANTES** de insertar la lámina dieléctrica.

Esto significa que ningún electrón puede llegar ni salir de las placas una vez que se retira la batería. Por lo tanto, la carga libre q queda **atrapada** y permanece constante durante todo el resto del problema, independientemente de lo que ocurra con la lámina.

Diagrama: batería desconectada



Derivación de q a partir de $C \equiv q/V$

Paso 1 — Despejar q de la definición de capacitancia

La capacitancia se definió como:

$$C \equiv \frac{q}{V} \quad (1)$$

Despejando q :

$$q = C \cdot V \quad (2)$$

Esta relación es la misma que usamos para *definir* C en el inciso a). Aquí simplemente la invertimos para encontrar q en términos de cantidades conocidas: C_0 (ya calculada) y V_0 (dato del problema).

Paso 2 — Sustituir $C_0 = \varepsilon_0 A/d$

Reemplazamos la capacitancia con la expresión derivada en el inciso a):

$$q = C_0 \cdot V_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \cdot V_0 \quad (3)$$

Esto nos da q directamente en términos de parámetros geométricos y el voltaje inicial — sin necesidad de conocer el campo eléctrico explícitamente.

$$q = \frac{\varepsilon_0 A V_0}{d}$$

Paso 3 — Sustitución numérica

$$\begin{aligned} q &= \frac{\varepsilon_0 A V_0}{d} \\ &= \frac{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(85.5 \text{ V})}{1.24 \times 10^{-2} \text{ m}} \\ &= C_0 \cdot V_0 = (8.21 \times 10^{-12} \text{ F})(85.5 \text{ V}) \\ &= 7.02 \times 10^{-10} \text{ C} \end{aligned} \quad (4)$$

$$q = 702 \text{ pC}$$

¿Por qué q es la misma en todos los incisos siguientes?

Una vez desconectada la batería, las placas quedan eléctricamente aisladas. No existe ningún camino por donde los portadores de carga puedan redistribuirse. Aunque insertar la lámina dieléctrica cambia el campo \vec{E} , el potencial V y la capacitancia C , la carga libre q en las placas **no cambia**.

Esto contrasta con el caso opuesto: si la batería permaneciera conectada, sería V el que se mantiene constante (fijado por la batería) y q el que cambiaría al insertar el dieléctrico.

Resumen

Cantidad	Sin lámina	Con lámina (incisos c–f)
C	8.21 pF	cambia
q	702 pC	constante
V	85.5 V	cambia
E_0	6.90 kV/m	constante (solo en el aire)