

Problema 30-9 — Capacitor con dieléctrico parcial

Inciso c) — Campo eléctrico E_0 en las zonas de aire

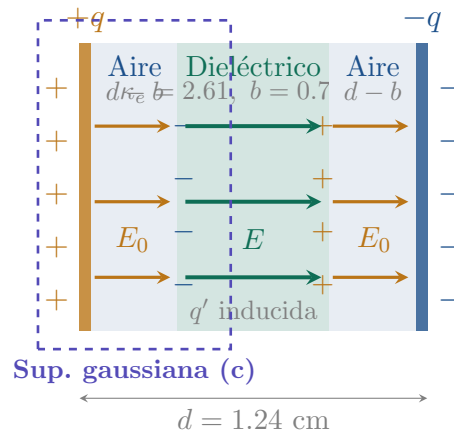
Halliday, Resnick y Krane · Física Vol. 2

Resultados de los incisos anteriores

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = 8.21 \text{ pF} \quad q = C_0 V_0 = 702 \text{ pC} \quad (\text{constante})$$

¿Qué pide el inciso c)?

Una vez insertada la lámina dieléctrica de espesor $b = 0.78 \text{ cm}$ y constante $\kappa_e = 2.61$, el espacio entre las placas queda dividido en **tres regiones**:



Derivación de E_0 con la Ley de Gauss

Paso 1 — Elegir la superficie gaussiana

Elegimos una caja rectangular que encierra **únicamente la placa superior** con carga libre $+q$. Esta superficie cruza la región de aire de la izquierda, donde $\kappa_e = 1$.

La Ley de Gauss con dieléctrico, en su forma general, es:

$$\epsilon_0 \oint \kappa_e \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{\text{libre}} \quad (1)$$

Paso 2 — Evaluar la integral

La superficie gaussiana tiene seis caras. Analizamos el flujo en cada una:

Cara	Situación	Contribución al flujo
Interior del conductor (+q)	$\vec{E} = 0$ dentro del metal	0
Cara lateral izquierda	$\vec{E} \perp d\vec{A}$	0
Caras laterales (arriba/abajo)	$\vec{E} \perp d\vec{A}$	0
Cara derecha (en el aire)	$\vec{E} \parallel d\vec{A}, \kappa_e = 1$	$E_0 A$

Usamos $\kappa_e = 1$ en la cara derecha porque esa cara de la superficie gaussiana se encuentra en la región de **aire**, no dentro del dieléctrico. Es precisamente por eso que el libro coloca la superficie gaussiana de manera que su cara derecha quede en el aire — así la integral es más sencilla.

La integral se reduce a una sola cara:

$$\varepsilon_0 \kappa_e E_0 A = q \quad \text{con } \kappa_e = 1 \quad (2)$$

$$\varepsilon_0 E_0 A = q \quad (3)$$

$$E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

Observación importante: esta expresión es **idéntica** a la que obtuvimos en el inciso a) para el campo sin dieléctrico. Esto no es coincidencia — el campo en el aire *no cambia* al insertar la lámina, porque solo depende de la carga libre q , que permanece constante (batería desconectada).

Paso 3 — Sustitución numérica

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{q}{\varepsilon_0 A} = \frac{7.02 \times 10^{-10} \text{ C}}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} \\ &= \frac{7.02 \times 10^{-10}}{1.017 \times 10^{-12}} \text{ V/m} \end{aligned} \quad (4)$$

$$E_0 = 6900 \text{ V/m} = 6.90 \text{ kV/m}$$

¿Por qué E_0 no cambia al insertar la lámina?

Al insertar el dieléctrico con la batería desconectada, ocurren dos cosas simultáneas:

- Las moléculas del dieléctrico se polarizan y generan un campo interno E' que *reduce* el campo **dentro** del dieléctrico: $E = E_0/\kappa_e$.
- Pero en las regiones de **aire** no hay polarización. El campo sigue dependiendo solo de q , que no cambió.

El valor $E_0 = 6.90$ kV/m es el mismo antes y después de insertar la lámina — en las zonas de aire.

Resumen acumulado

Cantidad	Sin lámina	Lámina parcial	Herramienta
C	8.21 pF	cambia	$C = \epsilon_0 A/d$
q	702 pC	702 pC (const.)	$q = C_0 V_0$
E_0	6.90 kV/m	6.90 kV/m (const.)	Ley de Gauss
E	—	por calcular (inciso d)	$E = E_0/\kappa_e$